

NOMS Prénoms des élèves du groupe :

-
-

Travail de groupe n° 2

1 heure

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	BONUS	Soin	Tenue du groupe
Total	4	4	5	5	2	1	1

Exercice 1

1. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(n + 1)$ divise $(n^2 + 3n + 2)$ et $(n^2 + 5n + 4)$.
2. Déterminer les entiers α et β permettant de démontrer, par combinaisons linéaires, que $7n^2 + 15n + 8$ est divisible par $(n + 1)$, pour tout entier naturel n .
3. En déduire les entiers naturels n pour lesquelles $7n^2 + 15n + 19$ est divisible par $(n + 1)$.

Exercice 2

Déterminer tous les couples $(x; y)$ d'entiers naturels tels que $x^2 - xy = 240$

Exercice 3

Les longueurs des côtés d'un triangle rectangle sont des nombres entiers a , b et c . Le triplet $(a; b; c)$ est alors appelé triplet pythagoricien.

1. Donner deux triplets pythagoriciens possibles.
2. Montrer que l'un au moins des trois nombres a , b ou c est pair.

Exercice 4

On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3^{2n+1} + 2^{n+2}$.

1. Soit $n \in \mathbb{N}$, démontrer que $u_{n+1} = 2u_n + 7 \times 3^{2n+1}$.
2. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est divisible par 7 à l'aide d'un raisonnement par récurrence.

BONUS

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $2^n - 1 = \underbrace{11 \cdots 1}_n^2$
 n chiffres égaux à 1